



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER IL LAZIO

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE " FEDERICO CAFFE' "
(CON SEZIONI ASSOCIATE : I.T.C.G. FEDERICO CAFFE' - I.T.I.S. GALILEO FERRARIS)
Sede: 00152 ROMA - Viale di Villa Pamphili 86 - ☎ 06/5897698 - Fax 06/5800321
Succursale: 00152 ROMA - Via Fonteiana 111 - ☎ 06/5881409 - Fax 06/5880621

Cod. Meccanografico Scuola : **RMIS084008**

CODICI SEZIONI ASSOCIATE : **RMTD08401E** ITCG F.CAFFE' - **RMTD08451X** ITCG F.CAFFE' Corso Serale - **RMTF08401R** ITIS G. FERRARIS
e-mail : rmis084008@istruzione.it - Sito Internet: www.federicocaffe.com

Matema...ti..ca...tura 2013

Biennio –prima tappa: Le soluzioni

- 1) Tutti i 4935 studenti della Oxford University praticano il Rugby o il Football.
Il 20% tra quelli che praticano il Football praticano anche il Rugby ed esattamente 1 su 3 tra quelli che praticano il Rugby praticano anche il Football.

Quanti sono gli studenti dell'Oxford University che praticano il Rugby?

Soluzione: Gli studenti che praticano il Rugby sono 2115 ($4935/7*3$). Mentre quelli che fanno Football sono 3525 ($4935/7*3$). Quelli che praticano entrambi gli sport sono 705.

Si può procedere in diversi modi ; si può pensare che quelli che praticano sia il football sia il rugby siano $\frac{1}{5}F$ oppure

$\frac{1}{3}R$, da cui si ricava che $R = \frac{3}{5}F$. Perciò quelli che praticano solo il Rugby sono $\frac{2}{3}$ di $\frac{3}{5}$ di F, cioè $\frac{2}{5}$ di F.

Il totale degli studenti sarà dato da quelli che praticano solo il football ($80\%=4/5 F$) più quelli che praticano sia il football sia il rugby ($1/3 R$ cioè $1/5 F$) più quelli che praticano solo il rugby ($2/3 R$ cioè $2/5 F$). sommando le frazioni di F ottenute si ha che $F=5/7$ del totale, e $R=3/7$ del totale.

- 2) Dividendo i numeri 1213, 1617 e 2526 per un certo numero N si ottiene, come resto, sempre il numero 1. Quanto vale N?
Soluzione: E' sufficiente trovare il MCD tra 1212,1616 e 2525, che è 101.

- 3) Per quanti valori positivi del numero naturale n, risulta che $\frac{3n+105}{n+3}$ sia ancora un numero intero?

Soluzione: $3n+105$ può anche essere scritto come $3n+9+96$, per cui la nostra frazione diventa

$\frac{3n+9}{n+3} + \frac{96}{n+3}$ cioè $3 + \frac{96}{n+3}$. A questo punto basta vedere quando $n+3$ è un divisore di 96, cioè quando $n=1, 3, 5,$

$9, 13, 21, 29, 45, 93, \dots$. Da notare che i numeri si ottengono più facilmente andando a considerare i divisori di 96 ed escludendo i più piccoli (quelli per cui $n-3$ non è positivo)

- 4) La successione, detta Tribonacci, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ è così definita: $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$ ed il cui generico termine è $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$, per cui si ha la successione 1,2,3,6,11,20,37,..... Quanto vale l'ultima cifra del termine a_{1000} ?

Soluzione: Il nostro Paolo De Vincenzi, della 2 BI, che ben figurò anche l'anno scorso, ha costruito una funzione EXCEL che calcola il termine n-mo della successione ed ha visto che terminava con zero. L'alternativa è armarsi di carta e penna e calcolare (solo l'ultima cifra !!!!) i termini a_4, a_5, \dots prima o poi si arriverà ad un punto in cui tre termini sono nello stesso ordine di un calcolo precedente; a questo punto basta fare un po' di calcoli e trovare che l'ultima cifra del millesimo termine è proprio zero

- 5) Il triangolo raffigurato è un triangolo equilatero ed è formato da 16 triangoli equilateri, disposti in modo tale da formare



4 righe.

Sei di essi risultano "capovolti" , cioè hanno un vertice in basso e due in alto.

Supponendo di voler colorare solo i triangoli non capovolti e di voler considerare il triangolo

equilatero costituito da 100 righe, quale sarà la percentuale non colorata del triangolo ?

Soluzione: Sapendo che il numero dei triangoli all' interno è sempre il quadrato del n numero di righe presenti otteniamo il numero totale dei triangoli, ovvero 10000. Inoltre i triangoli capovolti presenti in ciascuna riga corrispondono a $N(\text{riga})-1$ quindi sono $1+2+3+\dots+98+99=(1+98)+(2+97)+\dots+(49+50)+99=99 \times 50$ è il numero di triangoli capovolti: 4950. Ricavando la percentuale di quelli capovolti ,che equivale al 49.5%, troviamo quella dei triangoli con un vertice verso l' alto e quindi colorati: 50.5%

- 6) Francesco vuole percorrere un tragitto in motorino cercando di ottenere una media di 46 km/ora. Ad un quarto del percorso si accorge di avere una media di 11.5 km/ora. A quanti km/orari deve percorrere il resto del percorso ?

Soluzione:Non è più possibile ottenere la media desiderata; per semplicità si può pensare che il tragitto sia esattamente lungo 46 km; se , dopo un quarto del tragitto, la media è di 11.5 km/ora, significa che è passata esattamente un'ora, perché $11.5 \times 4 = 46$ e ci sono 4 quarti d'ora in un'ora

- 7) Un maglione costa 180 Euro. A Natale viene praticato uno sconto del 20% e, successivamente, esattamente il 25 gennaio dell'anno successivo, viene praticato un ulteriore sconto, per far sì che il maglione costi esattamente 100 Euro. Qual è lo sconto praticato il 25 gennaio ?

Soluzione: lo sconto è del $30,5\bar{5}$. Infatti, dopo il primo sconto si ottiene che il prezzo del maglione è 144 Euro e 44 euro

(cioè la cifra che bisogna scontare per arrivare a 100 Euro) è proprio il $30,5\bar{5}$ di 144 euro

- 8) Marco , da solo, taglierebbe la legna presente in giardino in 18 giorni. Se l'aiutasse il figlio Luca impiegherebbe, invece, solo 3 giorni in meno. Quanti giorni impiegherebbe Luca se tagliasse , da solo, la legna ?

Soluzione: Marco da solo taglia $1/18$ al giorno. Insieme a Luca invece fa $1/15$ al giorno. Per ricavare quanto impiegherebbe Luca(L) basta sottrarre Marco(M) a Marco+Luca(M+L).

$1/15 - 1/18 = 1/90$. Luca impiegherebbe, perciò, 90 giorni a tagliare la legna da solo.

- 9) Si consideri un quadrato ABCD di lato 64 metri. Su due lati consecutivi AB e BC si costruiscano, esternamente rispetto al quadrato, i due triangoli equilateri ABE e BCF. Quanto vale l'area del triangolo BEF in metri quadrati?

Soluzione: L'area del triangolo BEF è 1024 mq.

Qualcuno ha applicato teoremi che prevedono utilizzo di conoscenze trigonometriche, ma Indicando con O il centro del quadrato (punto di intersezione delle due diagonali), ed H e K i punti medi dei lati AB e CD , basta calcolare l'area del triangolo OEF e sottrarre ad esso la quarta parte dell'area del quadrato e l'area dei due triangoli (uguali tra loro) di vertici H E e B e di vertici K e F.

Ve lo lascio svolgere come esercitazione.....

- 10) Aumentando la lunghezza della base di un rettangolo del 36% e la lunghezza dell'altezza del rettangolo stesso del 28%, di quanto aumenterà, in percentuale, l'area del rettangolo ?

Soluzione : L' aumento è del 74.08% perchè l' area del nuovo rettangolo corrisponde a $[b+(7/25)b] \times [h+(9/25)h] = 1088/625 = 1,7408$