

**Prototipo del terzo esonero di matematica****I) Risolvere le seguenti equazioni di secondo grado**

- a)  $-\sqrt{2}x^2 = 0$
- b)  $x^2 + 1 = 0$
- c)  $6x^2 - 24 = 0$
- d)  $5x - 7x^2 = 0$

Soluzione proposta

- a) Dividendo per  $-\sqrt{2}$  ambo i membri, si ha  $x^2 = 0$ , per cui la soluzione (doppia) è  $x=0$
- b) Aggiungendo  $-1$  al primo ed al secondo membro si ha  $x^2 = -1$ , ovvero  $x = \pm\sqrt{-1}$  che non ammette soluzioni, almeno nel campo dei numeri reali
- c) Sommando ad ambo i membri  $+24$  si ha  $6x^2 = 24$ , e dividendo per  $6$  sia il primo che il secondo membro si ha  $x^2 = 4$ , da cui  $x = \pm\sqrt{4}$ , cioè  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = +2$
- d) Raggruppando si ha  $x(5 - 7x) = 0$ , da cui  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{5}{7}$

**II) Risolvere le seguenti equazioni di secondo grado complete**

- a)  $x^2 - 11x + 24 = 0$
- b)  $x^2 + x + 4 = 0$

Soluzione proposta

- a) Nel primo caso  $\Delta = b^2 - 4ac = 121 - 96 = 25 > 0$ , per cui l'equazione ammette due soluzioni distinte

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 - 5}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 + 5}{2} = 8$$

- b) Nel secondo caso  $\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 16 = -15 < 0$
- c) Per cui l'equazione non ammette soluzioni nel campo dei numeri reali

**III) Trovare la lunghezza dei tre cateti di un triangolo rettangolo, sapendo che:**

**a) L'ipotenusa è lunga 50 metri**

**b) Un cateto è i  $\frac{3}{4}$  dell'altro cateto**

Soluzione proposta

Qui si tratta di capire quali equazioni permettono di risolvere il problema. Conviene indicare con  $x$  uno dei due cateti (il più grande, ad esempio), per cui si ha, per il teorema di Pitagora che

$$x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = 2500 \quad , \quad \text{cioè} \quad x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 2500, \quad \text{ovvero} \quad \frac{16x^2 + 9x^2}{16} = 2500, \quad \text{da cui}$$
$$\frac{25x^2}{16} = 2500$$

Qui si possono moltiplicare entrambi i membri per  $\frac{16}{25}$ , per poter ottenere

$$x^2 = \frac{2500 \cdot 16}{25} = \frac{100 \cdot 16}{1} = 10^2 \cdot 4^2 = 40^2$$

Ora, se il quadrato di  $x$  è uguale al quadrato di 40, allora  $x$  non può che essere 40 metri (si esclude la soluzione  $x=-40$ , perché una lunghezza non può assumere valori negativi)

A questo punto l'altro cateto (il più piccolo) è i  $\frac{3}{4}$  di 40 metri, cioè 30 metri

E l'ipotenusa è effettivamente 50 metri