[1]
MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER IL LAZIO
ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE " FEDERICO CAFFE' "
(CON SEZIONI ASSOCIATE : I.T.C.G. FEDERICO CAFFE' - I.T.I.S. GALILEO FERRARIS)
Sede: 00152 ROMA – Viale di Villa Pamphili 86 - ☎ 06/5897698 – Fax 06/5800321
Succursale: 00152 ROMA – Via Fonteiana 111 - ☎ 06/5881409 – Fax 06/5880621
Distretto **XXIV** - Codice Fiscale : **97567360587**
Cod. Meccanografico Scuola : **RMIS084008**
CODICI SEZIONI ASSOCIATE : **RMTD08401E** ITCG F.CAFFE' - **RMTD08451X** ITCG F.CAFFE' Corso Serale – **RMTF08401R** ITIS G. FERRARIS
e-mail : **rmis084008@istruzione.it** - Sito Internet: **www.federicocaffe.com**

Gara di giochi matematici

Soluzioni della Prima prova (29 ottobre – 6 novembre 2012)

Attenzione! Quelle che seguono sono solo proposte di soluzione ;ho dovuto trovare strategie che tutti quanti fossero in grado di capire. La prima prova , infatti,era la stessa per tutti gli studenti della scuola,da quelli del primo anno a quelli del quinto anno ; certo, dovrebbero essere avvantaggiati gli studenti più grandi , ma le classifiche sono separate,una per gli alunni del biennio ed una per gli alunni del triennio, quindi….

Se qualcuno ha cercato aiuti utilizzando libri, motori di ricerca (a proposito, se usati bene i motori di ricerca permettono di trovare moltissime cose) ha fatto benissimo; se qualcun altro si è fatto aiutare dal fratello o dall'amico o dalla nonna ha fatto benissimo; se qualche studente ha creato un programma per il computer che risolveva uno dei problemi ha fatto ancora meglio (a questo proposito i problemi 1,2,4 e 5 si prestavano bene)
E come dice la mia amica cinese Chiaky "Il vostlo guaio è che fate usale la calcolatlice ai bambini nelle scuole"; ecco , quella ,effettivamente, non serve per risolvere questi problemi

1. ***Quanti sono i numeri naturali minori di 100996 che non hanno cifre ripetute ?***

   Soluzione proposta: risposta: 32490

con una sola cifra tutti e nove i numeri hanno questa caratteristica;
con due cifre sono 9*9=81: infatti la prima cifra può variare in 9 modi (lo zero come cifra iniziale di un numero non è , infatti, previsto) e la seconda cifra può assumere, ogni volta, una delle nove cifre restanti (es: 10,12,13,14,15,16,17,18,19);
ripetendo il ragionamento si avranno
9*9*8 combinazioni con tre cifre (la terza cifra può assumere gli 8 valori restanti)
e poi 9*9*8*7 con quattro cifre e poi 9*9*8*7*6 con cinque cifre;
con 6 cifre nessun numero compreso tra 100000 e 100996 ha questa caratteristica, per cui il totale è 32490

2. ***Qual è il più piccolo numero N tale che 1050 x N è un cubo perfetto ?***

   Soluzione proposta: risposta 8820

$1050 = 2*5^2*3*7$ per cui basta moltiplicarlo per $2^2*5*3^2*7^2$ =8820 per ottenere il cubo di 2*5*3*7

Quando ho formulato questo problema mi sono un po' distratto e non ho tenuto conto che molti alunni, mi riferisco a quelli della prima classe, non potevano riconoscere nel simbolo N un numero Naturale, come era mia intenzione; non solo, ma molti testi considerano 0 come numero naturale , mentre altri non lo considerano, perciò qualcuno ha risposto che il più piccolo numero è 0: infatti 0 al cubo è un cubo perfetto; altri hanno risposto che il più piccolo numero è 1050^{-1} perché il cubo di $1050*1050^{-1}=1$. Ho, comunque valutato positivamente anche queste risposte, anche se differenziandole, in qualche modo

3. ***La Roma ha 22 punti dopo 10 partite di campionato.***
   In quanti modi può avere ottenuto i 22 punti, considerando che non ha avuto penalizzazioni ? (La vittoria vale 3 punti, il pareggio 1 e la sconfitta 0)
   (attenzione!! Da tenere presente che V=Vittoria P=pareggio S=Sconfitta
   V V V V V V V S S P e V V V V V S V P V S rappresentano due soluzioni distinte)

   Soluzione proposta: risposta 570

La Roma non può avere vinto più di 7 volte, né meno di 6 volte: infatti , vincendo più di 7 volte avrebbe almeno 24 punti e vincendo meno di 5 volte non può mai raggiungere quota 22 (esempio con 5 vittorie, può ottenere al massimo 20 punti dati da 5 vittorie e 5 pareggi)
Perciò le uniche combinazioni possibili sono 6 vittorie , 4 pareggi (ottenibili in 210 modi diversi) oppure 7 vittorie 1 pareggio e 2 sconfitte (ottenibili in 360 modi)

A proposito di questo esercizio, sul web sono presenti interessantissime pagine sul Triangolo di Tartaglia, magica invenzione dovuta a Niccolò Fontana, matematico italiano , noto con il soprannome di Tartaglia (per via del fatto che balbettava), che permette di calcolare rapidamente, quel 210 relativo a 6 vittorie e quattro pareggi e quel 360 relativo a 7 vittorie , 1 pareggio e 2 sconfitte (in realtà nel triangolo è presente il numero 120 che deve essere moltiplicato per le tre combinazioni possibili PSS, SPS e SSP

4. ***Quanto vale 1^2-2^2+3^2-4^2+ …… +999^2-1000^2 ?***

Soluzione proposta: risposta -500500

considerati due numeri consecutivi n e n+1 si ha

$$n^2 - (n+1)^2 = -2*n-1$$

Ma, per evitare di considerare due volte un numero, dalla successione -3,-5,-7-,9,-11,-13…. bisogna togliere i numeri che si trovano in posizione pari
per cui la somma equivale a -3-7-11-…….-1995-1999=-2002*250=-500500

qualcuno di voi si è chiesto perché ho scritto -2002 ? e 250 ?
provate a sommare il primo e l'ultimo numero della successione, il secondo numero e il penultimo, il terzo ed il terzultimo…. Sempre lo stesso risultato -2002 !!!!!
per quanto riguarda 250, è la metà della metà di 1000 (infatti , tagliando i numeri in posizione pari, ho tolto 500 numeri e, considerando il primo insieme all'ultimo , il secondo insieme al penultimo etc etc ho tolto la metà dei 500 numeri rimasti)

5. ***Il prof. di informatica ha stampato con il computer i numeri da uno a diecimila . I suoi tre figli Diego, Lionel e Cristiano si divertono a cancellare rispettivamente i multipli di 3 , quelli di 5 e quelli di 7. Resta la successione: 1, 2, 4, 8, 11, … , 9998.***

Quanti sono i numeri rimasti? *Soluzione proposta: risposta 4571*

Diego ha cancellato i multipli di 3 , che sono 3333; Lionel ha cancellato i multipli di 5 rimasti, Cristiano , infine, ha cancellato i multipli di 7 rimasti. Quando Lionel cancellerà i numeri non incontrerà i multipli di 15, in quanto già cancellati perché multipli di 3. Per Cristiano il discorso si fa ancora più complicato, perché non incontrerà né i multipli di 21 (perché già multipli di 3), né quelli di 35 (perché già multipli di 5).
Perciò basta fare qualche divisione ed il gioco è fatto
Se sommiamo i multipli di 3, quelli di 5 e quelli di 7 otteniamo un numero maggiore dei numeri effettivamente cancellati.
A questa somma bisogna sottrarre i multipli di 15, quelli di 21 e quelli di 35, perché risultano già cancellati, ma , attenzione, non è finita
Bisogna aggiungere i multipli di 105 che risultano considerati tre volte (infatti 105 è multiplo di 21, di 15 e di 35)

Multipli di 3=3333 Multipli di 5=2000 Multipli di 7=1428
Multipli di 15=666 Multipli di 21=476 Multipli di 35=285
Multipli di 105=95

Perciò i numeri cancellati saranno 3333+2000+1428 – 666-476-285+95=5429
Da cui, si ricava che i numeri non cancellati sono i restanti 4571

6. ***Il valore in borsa di un'azione, della società Salviamoilsalvabile Spa, ieri era aumentato del 12%, ma in questo momento sta perdendo il 12%. Se vendo ora le 10 azioni, che avevo comperato l'altro ieri prima dell'aumento pagando in totale 180 euro, cosa mi succede?***

Soluzione proposta: risposta Perdo 2 euro e 59 centesimi circa

infatti $180 + 0.12 \bullet 180 = 201.6$

$$201.6 - 0.12 \bullet 201.6 = 177.41$$

$177.41 - 180 = -2.59$ circa

7. ***Costruire due dadi (non necessariamente uguali) a 6 facce in modo tale che , lanciandoli insieme, si ottenga con la stessa probabilità uno qualunque dei numeri compresi tra 2 e 13.***

   Soluzione proposta facce primo dado 1 1 1 4 4 4 facce secondo dado 1 2 3 7 8 9

   Premetto che qui la soluzione non è unica.

   Lanciando due dadi si hanno 36 possibili combinazioni (6x6); i numeri tra 2 e 13 sono 12, per cui ogni valore si deve presentare tre volte. Si può proseguire così: si mette 1 su una faccia del secondo dado e sull'altro dado l'1 si mette su tre facce;in questo modo il numero 2 si ottiene in tre modi; mettendo 2 e 3 sulla faccia del secondo dado anche i numeri 3 e 4 si ripeteranno 3 volte; mettendo tre volte 4 sulle tre facce del secondo dado, combinando con 1,2,3 del primo dado anche 5,6 e 7 si ripeteranno tre volte; non resta, a questo punto che mettere 7,8 e 9 sulla faccia del secondo dado, come si può facilmente verificare

Se le facce del dado possono anche assumere il valore zero o un valore negativo, allora ci sono infinite soluzioni che si ottengono sottraendo alle facce del primo dado un certo numero ed aggiungendo lo stesso numero alle facce del secondo dado; esempio, sottraendo 5 al primo dado e aggiungendo sempre 5 al secondo dado si ha: primo dado -4 -4 -4 -1 -1 -1; secondo dado 6 7 8 12 13 14. Qualcun altro potrebbe farmi notare, a ragione , che si possono considerare anche numeri razionali o, addirittura , reali.

8. ***Simona è nata il 7 luglio di un anno che ha 53 mercoledì e 53 giovedì. In che giorno della settimana è nata ?***

   Soluzione proposta: soluzione il 7 luglio è martedì

   Simona deve essere per forza nata in un anno bisestile, perché 53*2+52*5=366.

   Siccome, però, il primo gennaio dell'anno in cui è nata Simona deve essere mercoledì, in quanto i mercoledì e i giovedì sono in numero maggiore, allora il 7 luglio deve essere per forza martedì (visto che 31+29+31+30+31+30+7=189, che, diviso per 7 giorni della settimana dà zero come resto (189=7*27); sette giorni dopo un mercoledì è martedì

Se il resto fosse stato 1 bisognava togliere un giorno , quindi capitava di lunedì. In generale se il resto fosse stato m, con m compreso tra 0 e 6, bisognava togliere m giorni. In matematica ed in informatica l'operatore mod ha come risultato proprio il resto di una divisione: esempio 12 mod 5 =2 .Sul web trovate ottimi procedimenti per i cosiddetti calendari perpetui; cercate ALGORITMO CALENDARIO PERPETUO e buon divertimento!!

9. ***Nicola fa la collezione di figurine di calciatori. Ha 260 doppioni e li vuole riporre in sacchetti, in modo tale che quando i compagni di gioco gli chiederanno un numero qualsiasi di doppioni (compreso fra 1 e 260), Nicola sarà in grado di consegnare il numero giusto di figurine porgendo un certo numero di sacchetti senza aprirli per modificarne il contenuto. Quale è il numero minimo di sacchetti che Nicola deve usare per riporre i suoi doppioni?***

Soluzione proposta: 9 sacchetti (da 1,2,4,8,16,32,64,128,5 figurine ciascuno)

Non è l'unica soluzione possibile, ma, comunque , ogni soluzione prevede 9 sacchetti ($9 = \log_2 260$ arrotondato al numero intero successivo

Sommando 1+2+4+8+16+32+64+128 +5abbiamo proprio 260 che è il numero dei doppioni che possiede Nicola; ricorrendo alla rappresentazione binaria dei numeri da 1 a 255: con 8 sacchetti si può coprire qualsiasi numero da 1 a 255 (1+2+4+8+16+32+64+128). Ad esempio, nel caso in cui l'amico di Nicola chiede 21 doppioni, con un sacchetto da 16 ,un sacchetto da 4 ed uno da 1, Nicola è in grado di comporre il numero esatto di doppioni. Se il numero richiesto, invece , è maggiore di 255 si ragiona partendo dal sacchetto contenente più doppioni e togliendo i sacchetti che servono per arrivare a 260: esempio 258=260-2=128+64+32+16+8+4+1+5

10. ***Beppe , da solo, svuoterebbe la damigiana di vino in 15 giorni; se beve anche la moglie, la damigiana, invece, si svuota in 12 giorni. Quanti giorni impiegherebbe la moglie per svuotare , da sola, la damigiana di vino ?***

    Soluzione proposta: risposta 60 giorni

    in un giorno il marito beve in media la quantità di vino corrispondente ad 1/15 di damigiana, mentre moglie e marito, insieme, bevono la quantità di vino corrispondente ad 1/12 di damigiana.

    Perciò chiamando x la quantità di vino bevuta in un giorno dal marito e y quella bevuta in un giorno dalla moglie si ha

    $x = \frac{1}{15} e \quad x + y = \frac{1}{12};$ cioè, sostituendo : Y= $\frac{1}{12} - \frac{1}{15}$ cioè Y= $\frac{1}{60}$

E’ possibile risolvere il problema anche , semplicemente, con le frazioni, o facendo un ragionamento partendo dal risultato: sono curioso di vedere le soluzioni proposte dai partecipanti

Allenatevi già per la finale !!!!!

Andate a vedere sul web i giochi di Archimede (biennio o triennio, a seconda della gara che state facendo) e le relative soluzioni ma anche gli allenamenti previsti

Siete già in grado di risolverle

Tenete presente che la finale , che è fissata per il giorno 19 novembre alle 15.30 nella sede centrale dell’Istituto,è più facile dei giochi di Archimede

Sono , quindi, 20 quesiti a risposta multipla (con cinque risposte possibili di cui una sola è corretta)