

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

"FORO ITALICO"

Dipartimento di Scienze motorie, umane e della salute

Corso di specializzazione per le attività di sostegno

Approfondimento teorico

Il Metodo Singapore.

La Matematica come mezzo per favorire l'autonomia

Docente in formazione:

Giovanni Di Maio

Relatore:

Prof. Claudio Marchesano

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Claudio Marchesano', written over the printed name.

A.A. 2014/2015



La matematica è l'arte di dare lo stesso nome a cose diverse.

(Henri Poincaré)

INDICE

Premessa	3
1. Matematica e disabilità	4
2. Il metodo Singapore. Breve storia	5
3. Principi filosofici e pedagogici del metodo Singapore	6
4. Caratteristiche del metodo Singapore	7
5. Il “ <i>Bar Modelling</i> ”	8
Bibliografia e sitografia	10

Premessa

L'articolo 12 della legge 104 del 1992 cita: *“L'integrazione scolastica ha come obiettivo lo sviluppo delle potenzialità della persona handicappata nell'apprendimento, nella comunicazione, nelle relazioni e nella socializzazione”*.

La conquista dell'autonomia rappresenta un obiettivo fondamentale per la crescita e per l'integrazione sociale della persona in situazione di disabilità. Tale obiettivo, per essere raggiunto, ha bisogno del concorso di tutte le discipline che intervengono nel corso degli studi. Anche se non tutti ne sono consapevoli, la conoscenza di alcuni concetti matematici è un requisito fondamentale per lo sviluppo dell'autonomia. Questo rende naturale la scelta di educare alla matematica attraverso obiettivi e attività che abbiano una ricaduta diretta sulla realtà¹. Quest'opzione appare come un criterio discriminante per la scelta di contenuti e delle metodologie d'insegnamento della matematica in presenza di tali studenti. Occorre tenere presente che i concetti matematici si presentano anche in attività generalmente non ritenute di tipo matematico. La scelta degli obiettivi e delle attività da proporre in funzione di essi richiede, infatti, per questi alunni, innanzitutto una scelta di priorità, cioè l'individuazione degli obiettivi importanti e indispensabili. A questo punto, l'insegnamento per problemi sembra essere un approccio ideale poiché dà spazio ad un modo di far scuola che parte dalla soluzione di problemi concreti per condurre ad appropriarsi dei concetti matematici. Questo tipo d'approccio alla matematica è sicuramente più vicino alle caratteristiche di apprendimento degli alunni in situazione di disabilità. Infatti, quando nasce da situazioni concrete, l'approccio per problemi è motivante, stimola l'attenzione, la richiesta di collaborazione in una situazione anche emotivamente coinvolgente. Proporre un problema significa proprio stimolare, interessare un alunno, lanciargli una sfida, spingerlo verso una ricerca personale che utilizzi le conoscenze già possedute per produrre nuove competenze². Inoltre, l'approccio pratico consente di superare, rispetto all'approccio astratto, sia per soggetti in situazioni di disabilità sia per normodotati, tutte le difficoltà legate alla lettura del problema, alla comprensione del testo e alla trasformazione delle parole in strategie matematiche³.

¹ A. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi, 2007, p. 18.

² A. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi, 2007, p. 16.

³ MC. Passolunghi, 2004, pp.30-31.

1. Matematica e disabilità

“... La matematica per un ragazzo con disabilità, può essere una cosa davvero aliena, se non approcciata da un docente più che volenteroso di intraprendere un percorso lungo e complesso... Per loro non è solamente una questione di numeri e regole da imparare e applicare.

La matematica ha un'importanza che va al di là dell'utilità immediata, rappresenta un potente strumento di interpretazione della realtà. Certe nozioni, direttamente o indirettamente, contribuiscono a migliorare la qualità della vita quotidiana, sono un allenamento al senso critico, al ragionamento... Non si può precludere un tale beneficio ad un alunno, solo perché si ritenga abbia dei limiti nell'apprendimento. Ne va di mezzo la sua piena integrazione sociale.⁴”

La riflessione di cui sopra, oltre a rappresentare in alta percentuale il reale significato della matematica per gli alunni in situazione di disabilità e non solo, pone l'accento, in parte, anche sul ruolo del docente. Infatti, per sua natura, la matematica presenta delle difficoltà di tipo specifico e non sempre aggirabili, tanto da far sì che in moltissimi casi la scelta degli insegnanti, nei confronti di studenti in situazione di disabilità, sia la rinuncia ad una proposta didattica, preferendo puntare su aspetti ritenuti più importanti per l'inserimento dell'alunno nella società (ad esempio l'apprendimento della lingua o di opportune prassie). Tuttavia, come già rilevato, la matematica (almeno un certo livello di competenza matematica) è altrettanto essenziale per la qualità della vita della persona disabile nella conquista della sua autonomia personale e sociale, avendo un ruolo insostituibile nella vita quotidiana.⁵

Occorre dunque chiedersi quale matematica, quali attenzioni e strategie possano permetterci di lavorare con gli alunni in situazione di disabilità al fine di costruire solide basi per una matematica che si riveli utile nella formazione e nella vita della persona. Rispondere a tali quesiti non è facile, poiché la risposta dipenderà dall'interazione tra diversi attori: il contesto, lo studente con le sue caratteristiche (tipo di disabilità, età, classe), il docente con la sua storia personale (formazione, competenze, motivazione) e la disciplina stessa.

⁴ Riflessione di un genitore di uno studente in situazione di disabilità, disponibile all'indirizzo: <http://integrazionalunnidisabili.blogspot.it/2011/05/limportanza-della-matematica-per-gli.html>

⁵ A. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi, 2007, p. 7.

Con riferimento a quest'ultimo aspetto, il metodo matematico Singapore, vista la sua grande flessibilità e versatilità d'impiego attraverso il modello a barre, sembra essere uno dei più adatti per lo sviluppo di competenze trasversali davvero utili ai fini di una crescita personale e di un vero processo d'integrazione.

2. Il metodo Singapore. Breve storia

*“ Gli studenti di Singapore sono i più bravi in matematica al mondo. ”*⁶

Nel 1965, dopo la sua indipendenza e il suo riconoscimento come Repubblica, lo Stato di Singapore comprese che senza una disponibilità di risorse naturali (scarsità di acqua, terra e limitati mercati) avrebbe dovuto fare affidamento solo sul capitale umano per affermarsi come Paese e per crescere sia economicamente sia socialmente. Così s'intrapresero una serie d'iniziative per creare e per fa sviluppare una società con un elevato livello d'istruzione. Furono avviate varie riforme dell'istruzione e nel 1980 fu creato l'Istituto per lo Sviluppo dei Curriculum (CDI), che ha creato il programma di matematica per la scuola primaria.⁷ Prima di sviluppare un metodo proprio, Singapore importava i libri di matematica da altri Paesi. Nel 1982, l'Istituto per lo Sviluppo dei Curriculum pubblicò, su indicazione del Ministero dell'Istruzione, la sua prima serie di libri di testo per la scuola primaria basati proprio sul cosiddetto “metodo matematico Singapore” o semplicemente “metodo Singapore”. Nel 1992 furono poi effettuati una profonda revisione e un approfondimento dei libri di testo di riferimento pubblicati dieci anni prima, che divenne la versione definitiva del metodo applicata a tutt'oggi. Nel 2001 il Ministero dell'Istruzione decise di privatizzarne la produzione per la scuola primaria, affidandosi alle più note case editrici locali, in modo da rendere più abbordabile il costo materiale dei testi pur mantenendone elevata la qualità. Il risultato dell'applicazione di questo metodo fu strabiliante: Singapore passò in soli dieci anni dal sedicesimo al primo posto nei risultati dei test comparativi internazionali negli anni 1995, 1997, 1999, 2003, 2007.

⁶ V. Berengo, *I migliori studenti di matematica: il metodo Singapore*, il giornale dell'Università di Padova, 5 febbraio 2013, in:

<http://www.unipd.it/ilbo/content/i-migliori-studenti-di-matematica-il-metodo-singapore>

⁷B. Jackson, *Philosophy and Pedagogical Approach of Singapore MathPart 2*, 2010, in: <http://www.thedailyriff.com/2010/09/singapore-math-demystified-part-2-philosophy.php>

3. Principi filosofici e pedagogici del metodo Singapore

Come già detto, nel 1980 l'Istituto per lo Sviluppo dei Curriculum (CDI) creò il programma di matematica per la scuola primaria, successivamente riconosciuto come "metodo Singapore". Questo sistema è basato sugli studi sull'apprendimento dello psicologo cognitivista americano Jerome Bruner, il quale affermava che le persone apprendono attraverso tre stadi: quello della rappresentazione operativa, cioè manipolando gli oggetti reali; quello della rappresentazione iconica, cioè attraverso immagini e simboli concreti e, infine, quello di rappresentazione simbolica, ossia attraverso un codice di convenzione astratta⁸. Partendo da quest'assunto, il "metodo Singapore" si articola proprio in tre fasi disposte nel seguente ordine: concreta, pittorica, astratta (cfr. 1.4).

In ognuna di queste fasi vi è il ricorso a mediatori didattici diversi, cioè a interfacce tra soggetto conoscente e oggetto della conoscenza che si interpongono tra la realtà e il contesto didattico al fine di promuovere l'apprendimento.

Nella fase concreta, infatti, si farà ricorso a mediatori attivi, quelli più vicini alla realtà perché basati sull'esperienza diretta. Nella fase pittorica, invece, vero punto di forza di questo metodo matematico, si farà ricorso ai mediatori iconici, cioè rappresentazioni della realtà basati sulle immagini e i suoni. Solo nell'ultima fase, quella astratta, si farà ricorso a mediatori simbolici, cioè forme di rappresentazione più arbitrarie e lontane dalla realtà (numeri, lettere, simboli)⁹. Come si può osservare, il processo di insegnamento-apprendimento parte da una situazione reale, nella fase concreta, e si distanzia man mano da quest'ultima arrivando solo alla fine a un processo di astrazione, favorendo così un processo graduale di mentalizzazione del contenuto.

L'idea centrale della struttura di questo metodo è favorire lo sviluppo della capacità di *problem solving*, cioè il processo cognitivo messo in atto per analizzare una situazione problematica ed escogitare una soluzione. Nel caso specifico, tutto ciò implica l'acquisizione e l'applicazione di concetti matematici e di abilità in una vasta gamma di situazioni, tra cui quelle di vita reale. Con questa strategia, l'attenzione si sposta dal prodotto al processo.

⁸ B. Jackson, *Philosophy and Pedagogical Approach of Singapore Math* Part 2, 2010, in: <http://www.thedailyriff.com/2010/09/singapore-math-demystified-part-2-philosophy.php>

⁹ P. Moliterni, 2013, pp. 122-125.

Le ragioni per cui questo approccio è utile sono diverse. *In primis*, la predisposizione di un problema, magari partendo da situazioni coinvolgenti, diventa un momento familiare per gli studenti per riflettere su un processo astratto. A seguire, discutendo e condividendo i metodi di soluzione, gli studenti sviluppano la metacognizione, vale a dire la consapevolezza del soggetto rispetto ai propri processi cognitivi (conoscenza metacognitiva) e l'attività di controllo esercitata su questi stessi processi (processi metacognitivi di controllo). Infine, spendendo del tempo nella manipolazione concreta e nella varie rappresentazioni pittoriche, gli studenti diventano in grado di interiorizzare e visualizzare concetti matematici.

Con questo metodo gli studenti, attraverso la risoluzione di problemi, svilupperanno capacità di comprensione concettuale, strategie operative procedurali, impareranno a riflettere profondamente e ad apprezzare la matematica.

4. Caratteristiche del metodo Singapore

Diversamente dai tradizionali curricula matematici, questo metodo si basa sul principio che bisogna imparare meno argomenti più dettagliatamente. In questo modo gli studenti giungono a padroneggiare un argomento prima di passare al livello successivo. In pratica, si tratta di un sistema in cui i concetti matematici vengono sviluppati in tre passaggi: concreto, pittorico, astratto¹⁰.

Nella fase concreta viene offerta agli studenti un'esperienza di apprendimento attraverso i sensi, utilizzando oggetti concreti o materiale della attività di tutti i giorni, come gettoni, dadi, o segnacarte. In seguito, sempre in questa fase, gli studenti impareranno a contare questi oggetti disponendoli in una fila, cioè allineandoli. Infine, prima di passare alla fase successiva, provando a risolvere semplici problemi, gli studenti apprenderanno alcune operazioni aritmetiche di base, come addizione e sottrazione aggiungendo o rimuovendo oggetti dalla fila creata in precedenza.

Il secondo passaggio, quello pittorico, consiste nel disegnare dei diagrammi chiamati “*bar models*” o in altre parole modelli a barre (da qui il nome di “*bar modelling*”), per rappresentare specifiche quantità di oggetti. Visualizzando la differenza tra le due barre, gli studenti potrebbero imparare, come nel passaggio concreto, a risolvere problemi di

¹⁰Presentazione a cura di Claudio Marchesano, 2015, disponibile su: http://www.matematicapovolta.it/didattica_speciale_Matematica.html

addizione o sottrazione aggiungendo o rimuovendo una barra, o un pezzo di quest'ultima all'altra. Lo stesso metodo può essere utilizzato per risolvere anche problemi con altre operazioni aritmetiche come moltiplicazione e divisione.

Nel terzo ed ultimo passaggio, quello astratto, gli studenti, una volta acquisito e consolidato l'apprendimento di alcune operazioni tramite il sistema delle barre, possono passare a risolvere problemi in modo astratto utilizzando numeri e simboli.

I vantaggi che emergono dalla metodica sono ascrivibili, come confermato da diversi studi¹¹, oltre che al ridotto numero di concetti da apprendere, ma in profondità, per favorire un apprendimento rapido e duraturo, soprattutto alla strategia del modello a barre che, se costantemente applicata per un certo numero di anni, permette agli studenti di affrontare e risolvere problemi complicati in maniera rapida ed efficace¹². Proprio per questo motivo, ciò che veramente stupisce del metodo Singapore è che consente agli studenti di apprendere un concetto non come risposta a una domanda, ma come veicolo per rispondere a un quesito, o meglio, per risolvere un problema.

5. Il “Bar modelling”

Il “bar modelling” rappresenta la vera chiave di volta del metodo Singapore. L'idea di base è di utilizzare una *rappresentazione simbolica del concetto matematico* che faccia da ponte tra l'esperienza matematica concreta e la rappresentazione astratta. Il modello grafico cui il metodo ricorre più di frequente è proprio il cosiddetto “bar modelling” (modello della barra), insegnato sin dai primi anni di scuola, nei paesi che adottano il metodo Singapore, perché versatile a sufficienza per rappresentare diversi problemi matematici anche non semplici, come comparazioni, proporzioni, percentuali, frazioni e più in generale tutti i problemi del tipo “*part-whole*” (letteralmente: della parte e del tutto), e quindi anche le semplici addizioni e sottrazioni.¹³

L'efficacia è garantita dalla capacità grafica di rappresentare in modo completo, istantaneo e intuitivo le informazioni che si hanno a disposizione per la risoluzione del problema. Una volta che tale problema è stato tradotto nella sua rappresentazione

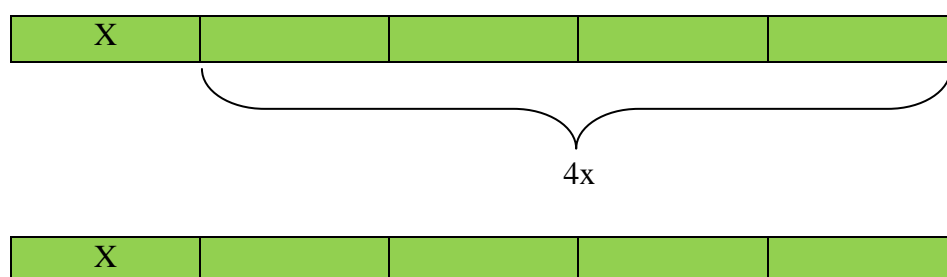
¹¹ M. Keierleber, *6 reasons why Singapore Math might just be the better way*, 11 luglio 2015, in: <https://www.the74million.org/listicle/6-reasons-why-singapore-math-might-just-be-the-better-way>

¹² C. Prystay, 2004, p. 2.

¹³ V. Berengo, *I migliori studenti di matematica: il metodo Singapore*, il giornale dell'Università di Padova, 5 febbraio 2013, in: <http://www.unipd.it/ilbo/content/i-migliori-studenti-di-matematica-il-metodo-singapore>

grafica, la soluzione sembra quasi venir fuori da sola, poiché la rappresentazione grafica rappresenta essa stessa la risoluzione del problema (figura 1). In Italia, soprattutto nella scuola primaria, un sistema pressoché simile per facilitare l'apprendimento della matematica era rappresentato dai regoli (oggi ormai poco usati) e dal pallottoliere. Rispetto a questi ultimi, il metodo Singapore sembra essere molto più flessibile: infatti, quel che insegna è una *filosofia di rappresentazione* del concetto matematico con cui articolare problemi difficili e di diversa natura adattando di volta in volta la rappresentazione grafica al caso in esame, per esempio utilizzando più barre, suddividendo le stesse in sotto porzioni, confrontando tra loro barre diverse. Sono sufficienti poi poche parole per spiegare e comprendere il concetto espresso o, anzi, potrebbe non essere necessaria alcuna spiegazione, in quanto la comunicazione del processo logico non passa tramite il linguaggio verbale, ma è rappresentata direttamente dal linguaggio matematico¹⁴. In questo modo, gli studenti imparano a visualizzare il problema andando oltre il significato delle parole, illustrandolo con semplici diagrammi. L'informazione di ritorno è immediata, così come il risultato. Infine, oltre a diventare più sempre più interessati alla matematica, gli studenti, in un'ottica trasversale, imparano a trasferire le abilità acquisite anche per la risoluzione di problemi di vita quotidiana, cogliendo così il reale significato dell'utilizzo dell'approccio matematico¹⁵.

Figura 1. Esempio: In un rettangolo la somma dei lati è 80 cm e la base è quattro volte l'altezza. Trova la misura dei due lati.



$$80/5 = 16$$

$$X = 16$$

¹⁴ Presentazione a cura di Claudio Marchesano, 2015, disponibile su: http://www.matematicapovolta.it/didattica_speciale_Matematica.html

¹⁵B. Jackson, *The Singapore Math Model-Drawing Approach*, 2010, in: <http://www.thedailyriff.com/2010/11/singapore-math-demystified-part-3-the-famous-bar-models.php>

Bibliografia

1. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi, *La Matematica. Come utilizzare al meglio le nuove tecnologie con allievi in difficoltà*. Guida agli ausili informatici, Anastasis, Bologna, 2007.
2. P. Moliterni, *Didattica e scienze motorie: tra mediatori e integrazione*, Armando, Roma, 2013.
3. MC. Passolunghi, *Apprendimento matematico: competenza e disabilità nella soluzione dei problemi*. Difficoltà in matematica. Sostegno e insegnamento individualizzato, Erickson, Trento, 2004.
4. C. Pristay, *New Equation: as math skills slip, U.S. school seek answers from Asia*, The Wall Street Journal Online, New York, 2004.

Sitografia

<http://integrazionealunnidisabili.blogspot.it/2011/05/limportanza-della-matematica-per-gli.html>

<https://www.the74million.org/listicle/6-reasons-why-singapore-math-might-just-be-the-better-way>

http://www.matematicapovolta.it/didattica_speciale_Matematica.html

<http://www.thedailyriff.com/2010/11/singapore-math-demystified-part-3-the-famous-bar-models.php>

<http://www.thedailyriff.com/2010/09/singapore-math-demystified-part-2-philosophy.php>

<http://www.unipd.it/ilbo/content/i-migliori-studenti-di-matematica-il-metodo-singapore>