



MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER IL LAZIO

ISTITUTO DI ISTRUZIONE SUPERIORE " FEDERICO CAFFE' "
(CON SEZIONI ASSOCIATE : I.T.C.G. FEDERICO CAFFE' - I.T.I.S. GALILEO FERRARIS)

Sede: 00152 ROMA – Viale di Villa Pamphili 86 - ☎ 06/5897698 – Fax 06/5800321

Succursale: 00152 ROMA – Via Fonteiana 111 - ☎ 06/5881409 – Fax 06/5880621

Distretto XXIV - Codice Fiscale : 97567360587

Cod. Meccanografico Scuola : **RMIS084008**

CODICI SEZIONI ASSOCIATE : **RMTD08401E** ITCG F.CAFFE' - **RMTD08451X** ITCG F.CAFFE' Corso Serale – **RMTF08401R** ITIS G. FERRARIS
e-mail : rmis084008@istruzione.it - Sito Internet: www.federicocaffe.com

Gara di giochi matematici

Seconda prova - triennio

Soluzioni proposte

- 1.** A Natale un maglione costa 250 €. Il 6 gennaio successivo viene praticato uno sconto del 20% ed il 2 febbraio un ulteriore sconto del 20%.
Quale percentuale di sconto deve essere applicata dopo il 2 febbraio perché il maglione costi esattamente la metà di quanto costava a Natale ?

SOLUZIONE PROPOSTA **RISPOSTA 21.875%**

applicando due volte il 20%, il maglione costerà 160 €

$$\text{infatti } 250 \text{ €} \cdot \frac{80}{100} \cdot \frac{80}{100} = 160 \text{ €}$$

per poter pagare il maglione 125 €, bisogna ora avere uno sconto di 35 €, per cui

35 : 160 = x : 100 da cui si ottiene appunto x=21,875

- 2.** Un gioielliere ha una campana di 30 grammi composta al 60% di oro e al 40% di argento. Quanto oro deve aggiungere per fare in modo che la composizione diventi 90% oro e 10% argento?

SOLUZIONE PROPOSTA **RISPOSTA 90 GRAMMI**

All'inizio la campana è formata per 18 grammi (60% di 30) da oro e per 12 grammi (40% di 30) da argento. Dopo l'aggiunta di oro, la percentuale del l'argento dovrà essere del 10%; siccome argento non se ne aggiunge, ciò vuol dire che i 12 grammi rappresenteranno proprio il 10% di argento. Per cui il peso totale della campana sarà di 120 grammi . Da cui si ottiene che i grammi di oro da aggiungere sono 120- 30=90

- 3.** Roberto e Chiara corrono su un circuito circolare; sono estremamente regolari e il primo percorre un giro in 6'40'', mentre la ragazza impiega 6'00''. Se partono insieme, dopo quanti minuti Chiara raggiungerà Roberto?

SOLUZIONE PROPOSTA **risposta: dopo un'ora esatta**

si può procedere in diversi modi. Uno è il seguente

recuperando 40'' ogni giro , per recuperare 6'40'', che sono 10 volte 40'' (infatti 6'40'' corrisponde a 400'') occorrono 10 giri di Chiara.

Chiara dieci giri li completa in 60'

Bellissima la risposta di un alunno di Prima !!! Un'ora è il m.c.m. tra 6'40'' e 6'00'' : pensateci

- 4.** Ad una cena ogni invitato dà la mano a tutti gli altri invitati. Sapendo che si sono strette le mani ben 1275 volte, quanti sono gli invitati alla cena?

Soluzione proposta **Risposta 51**

ogni invitato dà la mano a tutti gli altri invitati, per cui se gli invitati sono n , ciascuno degli n invitati darà la mano ai restanti $(n-1)$. Però, se moltiplichiamo $n*(n-1)$ ogni stretta di mano sarà contata due volte, per cui il totale di strette di mano sarà $n*(n-1)/2$

ponendo $n*(n-1)/2=1275$ si ottiene $n*(n-1)=2550=51*25*2$

L'unica coppia di numeri consecutivi è quindi 50 e 51, per cui n è 51

oppure si risolve l'equazione $n^2 - n - 2550 = 0$ che ammette le soluzioni 51 e -50

la soluzione -50 si scarta perché il numero delle persone è senz'altro maggiore di zero

- 5.** Per il suo diciottesimo compleanno Bruno vuole offrire una cena in un bel ristorante di Roma ai suoi amici più cari; il proprietario del ristorante, che dispone di 300 posti, ha, però dimenticato il numero di invitati, ma ricorda che, se avesse disposto gli invitati in numero di 8 persone per tavolo avanzerebbe un posto, così come avanzerebbe un posto anche se avesse disposto gli invitati in tavoli da 5 o da 7. Quanti sono gli invitati alla cena di Bruno?

Soluzione proposta risposta 279 invitati

il numero degli invitati deve essere tale che, se diviso per 5,7 oppure 8 deve dare sempre 1 come resto. Il più piccolo numero con questa proprietà, considerato inoltre che 5, 7 e 8 non hanno divisori comuni, è proprio $5*7*8 - 1 = 279$

- 6.** Per spalare la neve caduta nel cortile dell'istituto Federico Caffè, l'addetto Pierluigi impiegherebbe 6 ore, l'addetto Pierpaolo 12 ore e l'addetto Pierantonio 20 ore. Quante ore impiegherebbero se si mettessero a spalare la neve tutti e 3 insieme?

Soluzione proposta risposta 3 ore e 20 minuti

in ogni ora ciascuno spala rispettivamente $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}$ e $\frac{1}{20}$ della neve presente, per cui, tutti e tre insieme, in ogni ora

spalerebbero $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \frac{18}{60}$ della neve presente. Perciò in tre ore, la neve spalata sarebbe $\frac{54}{60}$ del totale e, per

arrivare a $\frac{60}{60}$ manca la terza parte di quella spalata in un'ora, che si spalerebbe in un terzo d'ora, cioè 20 minuti

- 7.** Per quale valore di p , l'equazione di secondo grado $x^2 - 931x + p = 0$ ammette due soluzioni intere ed entrambe le soluzioni sono numeri primi?

Soluzione proposta risposta 1858

La somma delle due radici deve essere 931 Infatti $(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$ diventa $x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$

Siccome i due numeri sono primi, non possono essere entrambi pari, altrimenti la loro somma sarebbe dispari. Uno dei due sarà perciò 2 e l'altro $931 - 2 = 929$, per cui $p = 929 \cdot 2$

- 8.** Il perimetro di un triangolo rettangolo è $12\sqrt{3}$ metri, mentre la somma dei quadrati dei tre lati è 150 metri quadrati. Quanto vale l'area del triangolo?

soluzione Area=18 metri quadrati.

Se si chiamano X e Y i due cateti si ha $x^2 + y^2 + (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = 150$ cioè $2(x^2 + y^2) = 150$, quindi

$$x^2 + y^2 = 75$$

Però è anche vero che

$$x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 12\sqrt{3}$$

$x + y + \sqrt{75} = 12\sqrt{3}$, e razionalizzando si ottiene

$$x + y + 5\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Cioè } x + y = 7\sqrt{3}$$

Ma, elevando al quadrato, si ottiene

$$(x + y)^2 = 147, \text{ quindi } x^2 + y^2 + 2xy = 147, \text{ cioè } 75 + 2xy = 147, \text{ ovvero } 2xy = 72, \text{ da cui}$$

$$\text{Areatriangolo} = xy/2 = 72/4 = 18$$

9. Una data è scritta nella forma GGMMAAAA dove GG rappresenta il giorno ed è espresso con due cifre (01,02...), MM rappresenta il mese (01,02...12) e AAAA sono le quattro cifre dell'anno; perciò, ad esempio il 2 febbraio del 1999 risulta essere rappresentato come 02021999.

Una data triaria è una data la cui rappresentazione nella forma precedentemente descritta sia anche scritta in base 3 (cioè utilizzando solo le cifre 0 1 e 2; ad esempio 01122000 è una data triaria, mentre 15022000 non lo è)

Quante date triarie vi sono tra il 15 agosto 1990 e il 31 luglio 2012 ?

Soluzione proposta risposta 216

il giorno può assumere 8 valori in base 3 (01,02,10,11,12,20,21,22), il mese 5 (01,02,10,11,12) e, fino al 31 dicembre dell'anno precedente la seconda data, cioè il 2011, l'anno assume 5 valori in base 3 (2000, 2001, 2002, 2010,2011); perciò fino al 31 dicembre 2011 si avranno $8 \cdot 5 \cdot 5 = 200$ date triarie

a queste bisogna aggiungere le 16 relative all'anno 2012: infatti dal 1 gennaio al 31 luglio vi sono solo due mesi triari (01 e 02).

10. Claudio ha dimenticato la password del suo bancomat, ma sa che è composta da cinque cifre e ricorda che il prodotto delle cifre è 448, che una cifra è ripetuta tre volte e che la differenza tra una cifra e la successiva è sempre dispari. Sapendo che ha tre possibilità per non farsi ritirare la carta allo sportello, stabilire se e come può provare a prelevare le banconote dal suo conto bancario

Soluzione proposta ha due tentativi da fare 41714 e 47414

Scomponendo in fattori primi 448 si ha $448 = 2^6 \cdot 7$, per cui una delle due cifre diversa dalle tre ripetute è 7.

L'altra cifra può essere 1 oppure 8; nel caso in cui fosse 1 la cifra ripetuta è 4 ($4^3 = 2^6$); nel caso, invece, in cui fosse 8 la cifra ripetuta è 2 ($2^3 = 8$ e $8 \cdot 2^3 = 2^6$)

Quindi le combinazioni possibili prevedono tre 2, un 7 e un 8 oppure tre 4, un 1 e un 7

Siccome, però, la differenza tra due cifre consecutive è un numero dispari, non si possono avere due cifre uguali consecutive (la differenza darebbe 0 che non è dispari), per cui le uniche combinazioni possibili sono

27282 28272 41474 e 47414

Le prime due si possono scartare perché la differenza tra 8 e 2 è 6, che è un numero pari