

Verifica di matematica

- I) Rappresenta , in modo significativo, su un piano cartesiano la circonferenza avente diametro 5 e centro C(-1,2)
Determinare l'equazione della Circonferenza data (scritta in forma canonica)

Soluzione:

Se il diametro è 5, allora il raggio è 5/2, per cui, sostituendo le coordinate del Centro e il raggio nella formula

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

Si ha

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2 + 4y^2 + 8x - 16y - 5 = 0$$

- II) Se $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ è l'equazione di una circonferenza, allora , dopo averne determinato il raggio ed il Centro, rappresentarla in modo significativo in un piano cartesiano ortogonale

Soluzione:

Per sapere se quella data è una equazione della circonferenza , basta andare innanzitutto a verificare che sia scritta nella forma $x^2 + y^2 + ax + bx + c = 0$ e ciò è vero.

Poi bisogna andare a verificare se il raggio è maggiore di zero.

Cioè

$$R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c} > 0$$

Calcolando , poi α, β , ottengo che C(2,2) e r=1, per cui l'equazione data è veramente riferita ad una circonferenza

- III) Determinare, se possibile, l'equazione della circonferenza passante per i punti A(1,1). B(2,0), C(1,-1)

Soluzione: Basta verificare che il sistema di tre equazioni in tre incognite che si ottiene sostituendo i tre punti alla equazione della circonferenza sia determinato per stabilire che una circonferenza passi per i tre punti dati.

Perciò , sostituendo A,B e C si ottiene

$$\begin{cases} a + b + c + 2 = 0 \\ 2a + c + 4 = 0 \\ a - b + c + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{qui bisogna cercare la strada più semplice possibile}$$

La prima e la terza equazione hanno le variabili a,c, con lo stesso coefficiente (1), perciò posso pensare di sottrarre la terza dalla prima, ottenendo subito $2b=0$, cioè $b=0$

$$\begin{cases} a+b+c+2=0 \\ -a+b-c-2=0 \end{cases} \text{ da cui, appunto } b=0$$

Sostituendo, poi , ottengo il sistema di due equazioni

$$\begin{cases} a+c+2=0 \\ 2a+c+4=0 \end{cases} \text{ anche qui, posso sottrarre la prima dalla terza, visto che } c \text{ ha lo stesso coefficiente (1) , ottenendo } a=-2$$

$$\begin{cases} 2a+c+4=0 \\ -a-c-2=0 \end{cases} \text{ da cui } a+2=0, \text{ cioè } a=-2 \text{ e } c=0$$

Per cui l'equazione cercata è $x^2 + y^2 - 2x = 0$

Siccome non conosciamo il risultato, durante la verifica è sufficiente sostituire i punti all'equazione trovata per vedere se sussiste l'uguaglianza